

# 中学数学の関数分野における解法の構造理解と 部品的知識の獲得・再利用を指向した学習支援システムの提案

## Understanding of Function's Solution Structure in Junior High School Mathematics Using the Expandable Modular Statements Method, and Proposal of Learning Support System

内山 裕太<sup>\*1</sup>, 古池 謙人<sup>\*2</sup>, 東本 崇仁<sup>\*3</sup>

Yuta UCHIYAMA<sup>\*1</sup>, Kento KOIKE<sup>\*2</sup>, Takahito TOMOTO<sup>\*3</sup>

<sup>\*1</sup> 千葉工業大学情報科学部

<sup>\*1</sup> Faculty of Information Science, Chiba Institute of Technology

<sup>\*2</sup> 千葉工業大学附属研究所

<sup>\*2</sup> Research Liaison Centre, Chiba Institute of Technology

<sup>\*3</sup> 千葉工業大学情報変革科学部

<sup>\*3</sup> Faculty of Innovative Information Science, Chiba Institute of Technology

Email: s2132023TT@s.chibakoudai.jp

**あらまし:** 数学において、複雑な問題として複数のステップで構成されたものが出題される。単一のステップに対する解法を習得している学習者は、ステップ単体では解答できても、複数のステップを組み合わせて解答できるとは限らない。そこで本研究では、学習者の解法の構造の理解を支援し、各構成要素を部品として捉え、獲得・再利用を行う手法である部品の段階的拡張手法を数学に応用し、中学数学における関数の単元を対象とした部品単位での解法の獲得と再利用を支援する学習支援システムを提案する。

**キーワード:** 数学, 学習支援システム, 構造的な理解, 部品の再利用, 部品の段階的拡張手法

### 1. はじめに

数学において、解法を導けない一因として解法を導く構造について十分に理解できていないことが挙げられる。数学における解法の構造は、複数のステップに分かれている。例えば、「 $y$ は $x$ に比例し、 $x = -2$ のとき $y = 10$ となる $y$ と $x$ の関係を式に示せ」という問題では、A:「 $y$ は $x$ に比例するため、式の形は $y = ax$ 」、B:「 $x = -2$ のとき $y = 10$ より $a = -5$ 」、C:「 $a = -5$ より $y$ と $x$ の関係式は $y = -5x$ 」のように3つのステップに分かれている。このような問題において、各ステップが単発的に学習者へ提示された場合に解法を導くことができる学習者であっても、複数のステップが組み合わさった問題を解けるようになるとは限らない。このような学習者は、単体のステップを理解できたとしても、各単体のステップをどのように組み合わせて構造を作れば解法を導けるかを理解できていないためである。

古池らはプログラミング領域において上記の各ステップを“部品”と捉えた上で、部品的知識の獲得・再利用を指向した学習支援システムを開発した<sup>(1)</sup>。本研究では、関数単元における各ステップを部品とし、部品的知識の獲得・再利用による構造的な理解を目指した学習手法を検討する。本稿では、検討中の学習手法と実装予定の学習支援システムを紹介する。

### 2. 関連研究

古池らは、熟達したプログラマはある一連のコードとそれらのコードが持つ処理内容を関連づけて理

解し、再利用を繰り返すことで理解を深めていると推測している。また、大規模なプログラムにおいても機能的に有意なまとまりを理解することが重要であるとした。そこで、機能として有意な一連のまとまりを「部品」と定義し、部品として知識を獲得するためには、部品単位での活用を繰り返すことが重要であるとした。また、部品を用いてより大きな部品を構築できるといった理解を「構造的な理解」と定義している。構築した部品をさらに拡張させる工程を「部品の段階的拡張手法」とした(図1)。

数学学習においても解法中の有意なまとまりを理解することは重要である。そのため、著者らは同様の手法を数学学習に応用できると考えている。

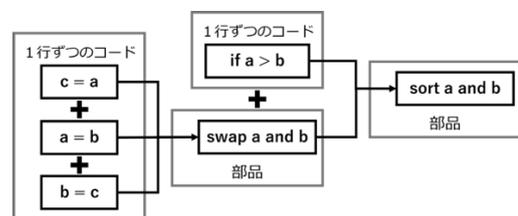


図1 部品の段階的拡張手法

### 3. 提案手法

本研究では、数学における部分的な解法の再利用を促進するために、解法を導く過程で登場する有意なまとまりを部品として獲得させ、他の問題での再利用を繰り返させることで問題に対する構造と部品そのものの理解を促す。

本提案手法の基本的な構成は、(1)単一のステップで構成される問題を解き、その際に(a)用いる情報(入力)と、(b)操作、(c)得られた情報(出力)のセットを部品として獲得とする。(2)(1)で得られた部品を拡張する問題を出題し、(1)の部品を再利用する経験をさせるとともに、より大きな部品を獲得する。(3)さらに(1)(2)で得られた部品を抽象化し、別の問題においても再利用させる、という流れになっている。具体的に、図2を用いて説明する。最初に、学習者には(1)「二つの直線 $y = -x + 7$ 、 $y = \frac{1}{2}x + 1$ が与えられた状況で、交点Pを求める問題」が出題される。この時、二つの直線が(a)用いる情報であり、学習者は(b)交点を求めるという操作により、(c)交点Pを求める。ここで「二つの直線から交点を求める」という小さな部品を獲得する。次に、学習者には(2)「二つの直線の交点Pからx軸までの距離を求める問題」が出題される。学習者は、(1)にて獲得した部品「二つの直線から交点を求める」を用いて、点Pの座標を求め、x軸との距離を求めることとなる。これら一連の入出力と操作をより大きな部品として獲得する。このようにして、学習者は部品の獲得・再利用・拡張を行い、部品単位での知識を獲得し、問題の構造を理解する。さらに、「(a)点P,Qを入力とし、(b)点と点の距離を求めるという操作により、(c)距離を求める」という(2)を抽象化した部品は、まったく異なる問題でも応用可能である。そのため、部品の他の問題における再利用についても期待できる。

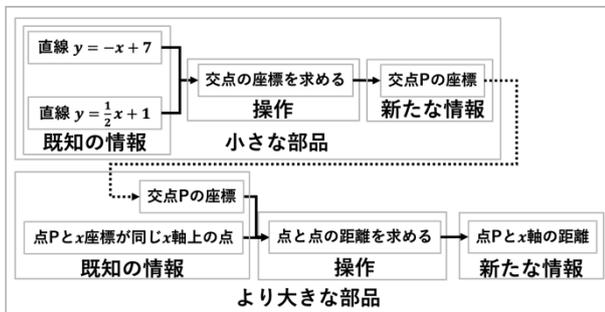


図2 本提案手法における部品の例

#### 4. 提案システム

本研究で提案するシステムでは大きく分けて、部品獲得、部品再利用の2つの要素で構成されている。以下でそれぞれについて詳しく説明する。

システムが始まると学習者に対して問題が提示される。問題表示部の下側に構造化を行うためのスペースがあり、求める情報のみが表示される。学習者は問題から与えられた情報とすでに作成した部品を用いて、求める情報に繋がるように構造化を行う。図3は実際に構造化を行なった後の画面である。学習者は自身が作成した構造を部品として取得し、任意の名称をつける。構造化を終えた学習者は、作成した構造をもとに問題に対する解答を行う。解答終了後、解答結果が正しい場合は、より多くのステッ

プを含む問題へ移行する。

部品の再利用を促すために、獲得した部品は抽象化された形で再利用することができる。例えば図3の枠線で示したような部品を獲得した場合は「二つの直線の情報から交点の座標を求める」といったように抽象化される。与えられた情報が十分な場合に限り、部品を再利用することができる。システムが提示する問題は、作成した部品を再利用できるような類似した問題になっている。学習者は部品作成を進めていく過程で、抽象化された部品を再利用する。図3の枠線で示した箇所は、学習者が別の問題で作成した部品を用いている部分である。また、学習者は図3に示した構造全体を新たな部品として取得することができる。この場合は「 $xy$ 座標上でx軸かy軸のどちらかを底辺とする三角形の面積を求める」といった部品になる。これはx軸かy軸を底辺とする三角形の場合に限り対応可能であり、例外の三角形の面積を求める場合は他の部品を作成する必要がある。

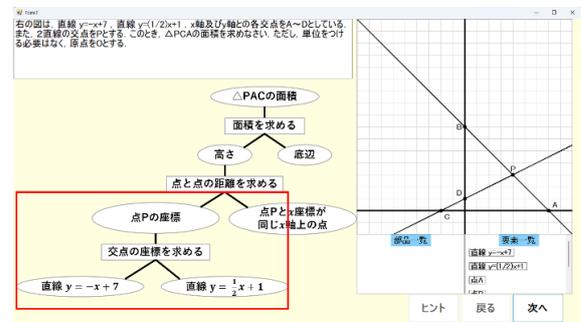


図3 提案システム画面例

#### 5. おわりに

本研究では、段階的拡張手法を中学数学における関数単元に応用した上で問題の構造化を用いた手法を提案した。また、学習者が能動的に問題の構造化を行い、部品としての考え方の取得を支援するシステムを提案した。

本稿では、中学数学を対象とした支援を行うことを示した。今後の展望としては、高校数学への発展を考えている。著者らは高校数学でも構造化は可能と考えており、高校数学では中学数学の構造化の中で取得した部品を扱うことになる。本研究と組み合わせることで、中学数学の内容が欠落している高校生などを対象とした支援への展開も考えられる。

#### 謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 JP22K12322, JP21H03565 の助成による。

#### 参考文献

- (1) 古池謙人, 東本崇仁, 堀口知也, 平嶋宗: “プログラミングの構造的理解を指向した部品の段階的拡張手法の提案と支援システムの開発・評価”, 教育システム情報学会誌, Vol.36, No.3, pp.190-202 (2019)